ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ СОДЕРЖАНИЕ УРОКА МАТЕМАТИКИ: РЕШЕНИЕ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

Актуализация межпредметных связей математики с дисциплинами профессиональной направленности

А. В. Куликова,
преподаватель математики первой категории
Пинского государственного
аграрно-технического колледжа им. А. Е. Клещева

Важное место в процессе профессиональной подготовки учащихся по квалификации «Техник-строитель» занимает математика. Для того чтобы будущие строители понимали, каким образом они могут применить математические знания в своей профессиональной деятельности, на уроках педагоги активно используют практико-ориентированные задачи, стимулируя таким образом формирование у ребят познавательного интереса к изучению данного предмета.

На практических занятиях по специальности учащимся приходится определять производственные затраты, оптимальную загрузку оборудования и т.д., поэтому решение задач по использованию производной для нахождения наименьшего и наибольшего значений функции имеет профессиональную направленность.

Предлагаем вашему вниманию урок математики **«Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке».**

Цель: обобщение полученных знаний по теме.

Задачи урока:

- научить ребят решать практико-ориентированные задачи с помощью производной;
- способствовать пониманию учащимися роли математических знаний в профессиональной деятельности;
- содействовать формированию у обучающихся навыков самоанализа при подведении итогов урока и проведении рефлексии.

Оборудование: мультимедийный комплекс, карточки с заданиями.

Ход урока

I. Организационно-мотивационный этап

Педагог приветствует учащихся, знакомит их с темой урока. Затем предлагает ребятам прочитать задачу, представленную на слайде, и ответить на вопрос.

Задача. К заводской стене нужно пристроить помещение прямоугольной формы под новый цех. Каково должно быть соотношение ширины к длине нового цеха, чтобы на строительство израсходовать наименьшее количество материалов?

<u>Вопрос.</u> Какие математические знания потребуются вам для решения данной профессиональной задачи?

Ответ: понятие площади и применение производной для нахождения наименьшего значения.

II. Этап актуализации опорных знаний и умений

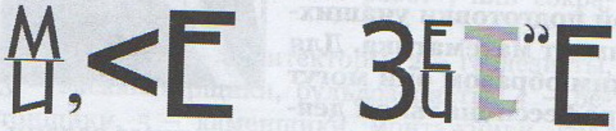
Учащиеся работают в парах.

Задание 1. Разгадайте ребусы и назовите ключевые математические понятия, относящиеся к теме урока.

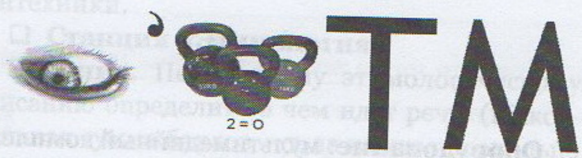
Ответ: производная.

Ответ: критические точки.

Ответ: наибольшее значение.



Ответ: наименьшее значение.



Ответ: алгоритм.

Задание 2. Соберите головоломку. Для каждой функции $f(x)$ найдите ее производную и сопоставьте их. (Головоломка составляется с помощью программы *Formulator Tarsia*. Полученный квадрат разрезается на фрагменты по толстым линиям.)

$6x^2+1$	$f(x)=5-x^2$	$26x$	$f(x)=2x^3+x-2$
$f(x)=x^4+2x^2$	$4x^3+1$	$-12x^2$	$f(x)=2x-x^2$
$2-2x$	$f(x)=13x^2+26$	$-2x$	Финиш
$f(x)=x^4+x$	$f(x)=-4x^3$	Начало	$4x^3+4x$

Ответ:

					Начало
					$4x^3+4x$
$f(x)=2x-x^2$	$-12x^2$	$f(x)=-4x^3$	$f(x)=x^4+x$	$4x^3+1$	$f(x)=x^4+2x^2$
$2-2x$					
$f(x)=13x^2+26$					
$26x$	$f(x)=-2x^3+x-2$	$6x^2+1$	$f(x)=5-x^2$	$-2x$	Финиш

Задание 3. Используя облако слов, сформулируйте алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

Ответ:

1) найти производную функции $f(x)$;

2) найти критические точки функции;

3) выбрать из этих точек те, которые принадлежат отрезку $[a;b]$;

4) вычислить значения функции в выбранных критических точках и на концах отрезка $[a;b]$;

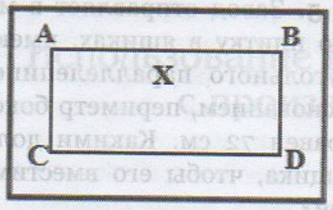
5) из полученных значений выбрать наибольшее значение функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;b]$, а также наименьшее значение этой функции на заданном отрезке.

III. Этап обобщения и систематизации знаний

Учащиеся работают в парах.

Задача 1. Для облицовки пола имеется плитка основного фона и фризовая. При укладке фризовой плитки в форму прямоугольника периметр основного фона будет равен 10 м. Какие размеры должен иметь прямоугольник основного фона, чтобы имеющимся количеством фризовой плитки ограничить наибольшую площадь основного фона?

Решение (краткая запись)



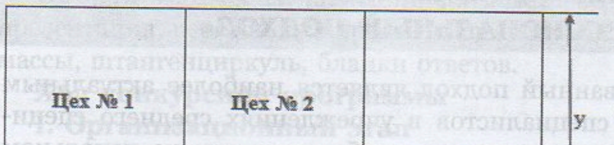
Прямоугольник ABDC необходимо выложить плиткой основного фона. Пусть AB = x (м). Так как $P_{ABDC} = 2\cdot(AB + AC) = 10$ м, то AB + AC = 5 м. Значит AC = $(5-x)$ м. S_{ABDC} = AB·AC. Рассмотрим площадь прямоугольника ABDC как функцию $S(x) = x(5-x)$ и найдем ее критические точки. Критическая точка функции – $x = 2{,}5$. При $x = 2{,}5$ функция достигает наибольшего значения. Значит, AB = 2,5 м и AC = 5 – 2,5 = 2,5 м. Поэтому прямоугольник основного фона необходимо выкладывать в форме квадрата, имеющего сторону 2,5 м.

Ответ: 2,5 м; 2,5 м.

Задача 2. Длина всех стен промышленного здания, включая перегородки (капитальные), составляет 90 м. В здании размещаются три цеха и коридор, длина которого в 5 раз больше ширины. Ширина цеха № 3 относится к длине коридора как 3:5. Каковы должны быть размеры здания, чтобы сумма площадей трех цехов была наибольшей?

Решение (краткая запись)

Для решения задачи используем чертеж, на котором видно, что за x мы взяли ширину коридора, тогда $5x$ (м) – его длина. Так как ширина цеха № 3 относится к длине коридора как 3:5, то ширина цеха № 3 будет $3x$ (м). За y (м) взяли длину цеха № 1. Зная длину всех стен, включая перегородки (капитальные), мы можем найти зависимость между величинами x и y:



$24x + 4y = 90$; откуда $y = (22{,}5 - 6x)$ м.

Найдем сумму площадей трех цехов:

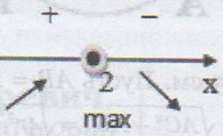
$S = 5x \cdot y + 3x \cdot (x + y) = 5x \cdot (22{,}5 - 6x) + 3x \cdot (x + 22{,}5 - 6x)$.

Наибольшее значение нужно найти для суммы площадей трех цехов. Рассмотрим сумму площадей трех цехов как функцию:

$S(x) = 5x \cdot (22{,}5 - 6x) + (x + 22{,}5 - 6x)$;

$S(x) = 180x - 45x^2$.

Найдем наибольшее значение данной функции. Критическая точка функции – $x = 2$. Исследуем знак производной в окрестности данной точки.

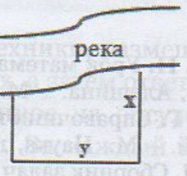


При $x = 2$ функция достигает наибольшего значения. Находим размеры здания: 8·2 = 16 м – длина здания; 22,5 – 6·2 =12,5 м – ширина здания.

Ответ: 12,5 м; 16 м.

Задача 3. Колхоз из луговых земель, расположенных на берегу реки, решил отвести под овощные культуры 8 га. Найдите размеры участка прямоугольной формы, отводимого под овощные культуры, чтобы на ограждение этого участка израсходовать наименьшее количество строительных материалов.

Решение (краткая запись)



Пусть x (м) – длина одной из сторон участка, тогда $\frac{8000}{x}$ (м) – длина другой стороны участка. Так как одной из границ участка является река, то периметр участка можно рассмотреть как функцию:

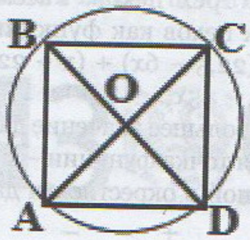
$$P(x) = 2x + \frac{80000}{x} = \frac{2x^2 + 80000}{x}.$$

Исследуем функцию P(x) на максимум и минимум. Приравняв производную к нулю и решив уравнение, получим: $x_1 = 200$; $x_2 = -200$. Так как $x_2 = -200$ не удовлетворяет условию задачи, то достаточно легко установить, что при $x_1 = 200$ функция P(x) имеет минимум. Значит, одна сторона участка равна 200 м, а другая 400 м. Поэтому наименьшая длина изгороди равна 800 м, и при этом на ее постройку будет израсходовано наименьшее количество строительного материала.

Ответ: 200 м; 400 м.

Задача 4. Из круглого бревна нужно вырезать балку с прямоугольным сечением наибольшей площади. Найдите размеры сечения балки, если радиус сечения бревна равен 25 см.

Решение (краткая запись)



$OC = r = 25$ см. Пусть $AB = x$ (см).

Тогда $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{4r^2-x^2}$.

$S_{ABCD}=x\cdot\sqrt{4r^2-x^2}$, $0<x<2r$.

Исследуем функцию $S(x)=x\cdot\sqrt{4r^2-x^2}$ на экстремум с помощью производной.

$x_1=r\sqrt{2}$, $x_2=-r\sqrt{2}$ – критические точки функции. Легко установить, что при $x=r\sqrt{2}$ функция принимает наибольшее значение. Тогда

$$AC=r\sqrt{2}\ см \text{ и } BC=\sqrt{4r^2-(r\sqrt{2})^2}=r\sqrt{2}.$$

Значит, искомый прямоугольник является квадратом.

Ответ: $25\sqrt{2}$ см; $25\sqrt{2}$ см,

Задача 5. Завод отправляет в магазин керамическую плитку в ящиках, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, периметр боковой грани которого равен 72 см. Какими должны быть размеры ящика, чтобы его вместимость была наибольшей?

Математическая модель задачи: из прямоугольных параллелепипедов с квадратным основанием, периметр боковой грани которого 72 см, найти параллелепипед наибольшего объема.

Ответ: 24 см, 24 см, 12 см.

IV. Рефлексивно-оценочный этап

Преподаватель подводит итоги урока, выставляет отметки. Затем предлагает учащимся продолжить фразы.

✓ Сегодня меня удивило...
✓ Хотелось бы еще узнать.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Алешина, Т. Н.** Урок математики: применение дидактических материалов с профессиональной направленностью / Т. Н. Алешина. – М.: Высшая школа, 1991. – 63 с.
2. **Цыпкин, А. Г.** Справочник по методам решения задач по математике для средней школы / А. Г. Цыпкин, А. И. Пинский. – М.: Наука, 1989. – 576 с.
3. **Гуткин, Л. И.** Сборник задач по математике с практическим содержанием (для техникумов) / Л. И. Гуткин. – М.: Высшая школа, 1968. – 109 с.
4. **Онлайн-генератор ребусов** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://rebus1.com/. – Дата доступа: 01.03.2023.
5. **Онлайн-генератор Worldcloud** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.wordclouds.com/. – Дата доступа: 01.03.2023.

А. А. Киселева,
преподаватель общепрофессиональных дисциплин первой категории Пинского государственного аграрно-технического колледжа им. А. Е. Клещева

ИНТЕГРИРОВАННАЯ ИГРА «ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ПОДХОД»

Практико-ориентированный подход является наиболее актуальным в процессе подготовки специалистов в учреждениях среднего специального образования. Именно поэтому необходимо еще на начальном этапе изучения общепрофессиональных дисциплин показать учащимся тесную связь теории и практики. Наиболее целесообразным в этом случае будет проведение разнообразных мероприятий: интерактивных игр, конкурсов, викторин и т.д. Так, участвуя в познавательной игре «Профессиональный подход», ребята применяли на практике уже полученные знания по инженерной графике, технической механике, электротехнике и основам электроники, а также демонстрировали навыки, необходимые в работе электрикам, строителям, механикам (материал представлен на сайте журнала www.n-asveta.by).